

Análise Probabilística da Estabilidade de um Talude no Oeste de Medellín, Colômbia.

Luis David Agudelo Torres

Mestrando, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, davidaguto98@gmail.com

Rafael Cerqueira Silva

Professor, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, rafael.silva@unb.br

RESUMO: Na prática da engenharia, é comum que propriedades geotécnicas e carregamentos sejam tratados como constantes, desconsiderando a variabilidade natural decorrente de processos pedogenéticos, geológicos, tectônicos, atmosféricos, ambientais e ações externas. A maioria das normativas e regulamentos para indicadores de desempenho, como o fator de segurança, adotam valores únicos, muitas vezes com precisão de duas casas decimais. No entanto, os elevados coeficientes de variação dos parâmetros de entrada podem gerar variações expressivas no fator de segurança, superando uma casa decimal. Essa discrepância entre a precisão exigida e a incerteza inerente aos dados geotécnicos evidencia a necessidade de abordagens mais robustas. Neste estudo, analisou-se um talude rodoviário que tem apresentado problemas de estabilidade ao longo do tempo, por meio abordagens determinística e probabilística. Aplicaram-se os métodos de Monte Carlo e FOSM (*First-Order Second-Moment*) em uma análise de equilíbrio limite, permitindo a comparação entre os resultados obtidos pelas duas abordagens e evidenciando a importância de incorporar a variabilidade e a incerteza nos projetos geotécnicos.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Probabilística, Estabilidade de Taludes, Mecanismo de Ruptura, Variabilidade, Aceleração sísmica, Monitoramento de campo.

ABSTRACT: In engineering practice, geotechnical properties and loads are often treated as constants, disregarding the natural variability arising from pedogenetic, geological, tectonic, atmospheric, environmental, and external processes. Most norms and regulations for performance indicators—such as the safety factor—adopt single values, often with two-decimal-place precision. However, the high coefficients of variation in input parameters can lead to significant fluctuations in the safety factor, exceeding one decimal place. This discrepancy between the required precision and the inherent uncertainty in geotechnical data highlights the need for more robust approaches.

In this study, a highway slope with a history of stability issues was analyzed using deterministic and probabilistic approaches. Monte Carlo and FOSM (*First-Order Second-Moment*) methods were applied in a limit equilibrium analysis, allowing a comparison between the results of the two approaches. The findings underscore the importance of incorporating variability and uncertainty into geotechnical design.

KEYWORDS: Probabilistic modeling, Slope stability, Failure mechanism, Variability, Seismic acceleration, Field monitoring

1 INTRODUÇÃO

A avaliação do comportamento estrutural e funcional de obras geotécnicas, como taludes, é frequentemente realizada por meio de indicadores de desempenho, calculados de forma analítica, numérica ou empírica. Esses indicadores, que correspondem à variável dependente do sistema, são influenciados por variáveis de entrada, como as propriedades do solo e as condições de carregamento (Ang e Tang, 1984). Tradicionalmente, essas variáveis são tratadas como constantes, caracterizando a análise determinística. Nessa abordagem, o resultado é obtido a partir de valores médios das variáveis de entrada (Elkateb et al., 2002), que, em muitos casos, podem ser estimados de forma tendenciosa. No entanto, essa simplificação desconsidera a variabilidade intrínseca dos dados de entrada, o que leva a uma subestimação das chances de ocorrência de ruptura (Li e Lumb, 1987).



2025

A análise determinística, embora amplamente utilizada, apresenta limitações relevantes ao desconsiderar a incerteza e a variabilidade natural das propriedades geotécnicas. Por exemplo, na estabilidade de taludes, a resistência ao cisalhamento pode variar significativamente ao longo do maciço, enquanto os carregamentos estão sujeitos a flutuações temporais (Li e Lumb, 1987). Ignorar essa variabilidade das propriedades pode subestimar a susceptibilidade do empreendimento à ruptura. Por outro lado, a utilização de valores máximos de carregamento, sem considerar sua frequência de ocorrência, pode levar a um superdimensionamento das medidas de estabilização, aumentando os custos e comprometendo a viabilidade econômica do projeto (Chakraborty e Dey, 2022).

Em contraste, a análise probabilística trata as variáveis de entrada como grandezas aleatórias, representando-as por distribuições de probabilidade (Alonso, 1976; Vanmarcke, 1977; Li e Lumb, 1987; Christian et al., 1994; Griffiths e Fenton, 2004). Essa abordagem possibilita uma modelagem mais realista da incerteza, fornecendo indicadores de desempenho probabilísticos, como a probabilidade de falha e intervalos de confiança (Cho, 2007).

Na estabilidade de taludes, o fator de segurança é um dos indicadores de desempenho mais usados. Enquanto os critérios tradicionais de projeto estabelecem um valor mínimo para esse fator, com intuito de cobrir as incertezas presentes nos parâmetros, esse valor não assegura por si só uma probabilidade de falha suficientemente baixa (Li e Lumb, 1987). A análise probabilística, ao considerar a variabilidade das propriedades do solo e das condições de carregamento, proporciona uma estimativa mais consistente da confiabilidade do sistema geotécnico, permitindo decisões de projeto mais informadas e com maior eficiência econômica (Chakraborty e Dey, 2022).

Por exemplo, ao integrar o conceito de probabilidade de falha com a vulnerabilidade do empreendimento em relação às consequências decorrentes da ruptura, é possível empregar uma análise de risco como ferramenta de apoio à tomada de decisão na escolha da alternativa mais adequada (Whitman, 1984). Essa abordagem contrasta com as metodologias tradicionais, baseadas em valores determinísticos, que desconsideram as incertezas inerentes aos parâmetros geotécnicos. Como consequência, as soluções propostas nem sempre representam a melhor relação entre custo e segurança, mesmo quando o critério é considerado como parâmetro de seleção entre as opções disponíveis.

2 METODOLOGIA

Neste estudo, realiza-se uma comparação entre as abordagens determinística e probabilística na avaliação da estabilidade de um talude rodoviário. A análise probabilística emprega os métodos de Monte Carlo, reconhecido por sua precisão, embora exija elevado poder computacional (Tobutt, 1982; Priest e Brown, 1983) e o Primeiro Momento de Ordem (FOSM), que permite uma estimativa eficiente da variância do fator de segurança. Além disso, destaca-se a importância de considerar a distribuição probabilística do coeficiente de aceleração sísmica horizontal, fundamentada em registros de eventos históricos, em oposição ao uso de um valor único de pico (Chakraborty e Dey, 2022).

O procedimento metodológico tem início com a definição do mecanismo de ruptura com base na instrumentação geotécnica de campo, o que contribui para evitar a seleção da superfície com fator de segurança mínimo, que nem sempre representa a condição mais crítica em termos de probabilidade de falha (Hassan e Wolff, 1999). Em seguida, realiza-se a caracterização do perfil geológico-geotécnico do local, estabelecendo os parâmetros estatísticos das propriedades do solo relacionados ao fator de segurança.

Por fim, a comparação entre os métodos determinístico e probabilístico permite avaliar os impactos da variabilidade dos parâmetros sobre os resultados, demonstrando o ganho em precisão e confiabilidade das estimativas quando se adota uma abordagem probabilística. Isso contribui para o desenvolvimento de projetos geotécnicos mais seguros e economicamente sustentáveis (Chakraborty e Dey, 2022).

3 ÁREA DE ESTUDO

O talude estudado está localizado na margem da rodovia que conecta Medellín ao oeste do departamento, abrangendo uma área aproximada de 50.000 m². Apresenta 250 metros de comprimento e inclinação variável entre 22° e 13°. A região tem registrado movimentações significativas desde o início dos anos 2000, com ocorrência de movimentos lentos, degraus visíveis e trincas no pavimento, exigindo reparações frequentes na estrutura da via adjacente.

A instabilidade é atribuída à grande variabilidade das propriedades geotécnicas, decorrente da heterogeneidade dos materiais naturais e do acúmulo de depósitos de materiais de corte e de deslizamentos provenientes de outros trechos durante a construção da rodovia. Além disso, o estudo considera o histórico de eventos sísmicos da região e adota a redução das poropressões como estratégia de estabilização.



(a)



(b)

Figura 1. (a) Vista aérea do sítio de estudo – Identificação de linhas de drenagem e áreas de movimentação superficial. (b) Vista panorâmica geral do sítio de estudo.

Nas margens esquerda e direita do talude, foram identificadas duas linhas de drenagem (Figura 1a), cuja capacidade hidráulica é superada durante períodos de chuva intensa, resultando em transbordamentos para a superfície do terreno. Além disso, observaram-se diversas zonas de empoçamento ao longo da encosta, evidenciando problemas de drenagem que agravam as condições de instabilidade.

Entre os meses de março e maio de 2011, foram monitorados quatro piezômetros do tipo Casagrande.

Durante esse período, observou-se que o nível piezométrico permaneceu estável, situando-se aproximadamente 1,5 m abaixo da superfície do terreno.

Na área de interesse (Figura 1b), no contexto do marco geológico regional, foi identificado um sistema de falhas conhecido como Falla de San Jerónimo (AMVA, 2006). De acordo com o histórico de sismos do Serviço Geológico Colombiano (Arcila et al., 2020), essa estrutura não apresentou atividade sísmica nos últimos 100 anos. No entanto, no sítio de estudo, há registros de sismos com epicentros em outras áreas (Tabela 1).

Tabela 1. Eventos sísmicos registrados no local (Arcila et al., 2020).

Data	Hora local	Magnitude	Profundidade (km)	Intensidade sítio	Intensidade Máx.
4/02/1938	21:23	7.0	150	6	8
3/04/1973	8:53	6.2	150	4	7
23/11/1979	18:40	7.2	110	5	8
15/04/2020	5:59	5.8	50	2	6

4 ASPECTO GEOLÓGICO-GEOTÉCNICO

Com base em monitoramento topográfico utilizando pontos de controle, foi identificada uma seção crítica na área de estudo. Foram medidos oito pontos na superfície da declividade. Destes, três pontos (M-3, M-4 e M-8) foram selecionados para análise devido à sua proximidade com a seção crítica.

Para a caracterização do subsolo, foram utilizados dois furos de sondagens rotativas (P-2 e P-4), localizadas próximas à seção crítica. Adicionalmente, empregou-se uma linha de refração sísmica, com a qual se pode obter a velocidade da onda compressional (onda P) e complementar a elaboração do perfil geológico-geotécnico (Reynolds, 2011)

O perfil geológico-geotécnico construído permitiu identificar uma camada superficial de solo associada a uma zona de deposição de materiais, datada do início da década de 2000, sobreposta a um perfil de meteorização de rocha ígnea do tipo gabro (AMVA, 2006). Esse material depositado pode ser

caracterizado como um colúvio, de origem antrópica, resultante das atividades de terraplenagem durante a construção da rodovia. A Figura 3a ilustra o perfil geológico-geotécnico, com destaque para a zona onde foi realizada a linha de refração sísmica, delimitada por um quadrado descontinuo. A Figura 3b apresenta o pós-processamento da linha de refração sísmica, evidenciando o gradiente de rigidez entre o solo depositado e o perfil de meteorização.

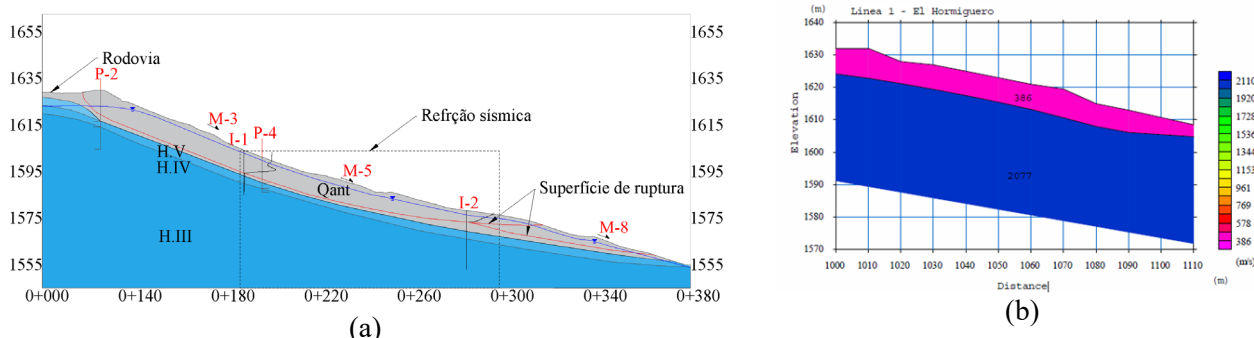


Figura 3. (a) Caracterização geológico-geotécnica e superfície de ruptura identificada. (b) Pós-processamento da linha de refração sísmica – Velocidades médias da onda compressional (onda P) e gradiente de rigidez do subsolo.

Entre abril e maio de 2011, os inclinômetros I-1 e I-2 registraram deslocamentos máximos de 85 mm e 28 mm, respectivamente, nas profundidades de 10 m e 5 m. No mesmo período, os pontos de controle topográfico M-3 e M-5 apresentaram deslocamentos acumulados de 95 mm e 280 mm. Esses dados permitiram identificar uma primeira superfície de ruptura, que acompanha a superfície do terreno a aproximadamente 300 m do eixo rodoviário. Contudo, o ponto de controle M-8 registrou um movimento superficial de 580 mm, indicando a existência de uma segunda superfície de ruptura, paralela às camadas do subsolo.

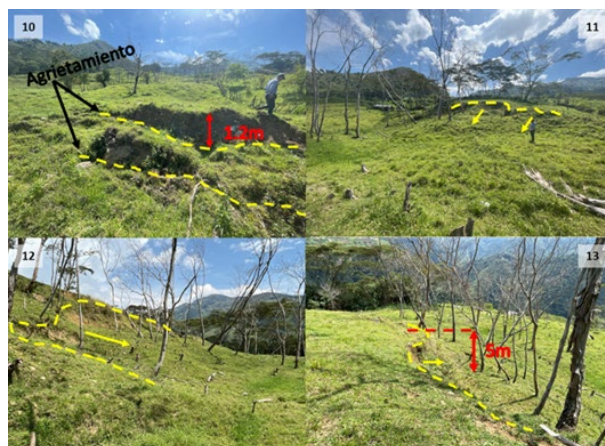


Figura 5. Identificação de escarpes e degraus em campo – Evidências de movimentação superficial e superfícies de ruptura.

De modo geral, observa-se um mecanismo de ruptura retrogressivo múltiplo, no qual diversas instabilidades convergem para a formação de uma única superfície de deslizamento. Essa interpretação baseia-se nas análises de inclinometria, que registraram deslocamentos em diferentes profundidades, e nos dados de controle topográfico, que evidenciaram movimentos superficiais expressivos. A presença de degraus ao longo da declividade, ilustrada na Figura 5, corrobora a atuação de superfícies de ruptura retrogressivas. Esse comportamento é característico de taludes com ruptura próxima ao modelo de talude infinito (Hungr *et al.*, 2014), sendo essa abordagem também justificada pela relação geométrica observada entre o comprimento da massa instável e a sua espessura, superior a 10 vezes.

Neste caso, o fator de segurança (FS) pode ser expresso conforme apresentado na Eq.1 (Skempton e Delory 1957), onde β corresponde a inclinação média do talude, h representa a espessura da superfície de ruptura, γ é o peso específico natural, γ_w é o peso específico da água, m indica a porcentagem da



altura do nível de água em relação a h , e c' e ϕ' são, respectivamente, os parâmetros de coesão e ângulo de atrito efetivos do solo.

$$FS = \frac{c' + (\gamma - m \cdot \gamma_w) \cdot h \cdot \cos^2 \beta \cdot \tan \phi'}{\gamma \cdot h \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta} \quad (1)$$

5 ENSAIOS DE LABORATORIO

No depósito coluvionar foram realizados ensaios de caracterização e cisalhamento direto. Os resultados indicaram a predominância de siltes de baixa compressibilidade, com intercalações de cascalhos e areias limosas. O limite de liquidez variou entre 27% e 60%, o limite de plasticidade entre 23% e 44%, e o índice de plasticidade entre 0 e 28%. O peso específico médio obtido foi de 17,23 kN/m³, com um índice de vazios médio de 0,8. Em relação aos parâmetros de resistência ao cisalhamento, obteve-se uma coesão de 29,6 kPa e um ângulo de atrito de 27° em uma amostra coletada a 6 metros de profundidade, enquanto em outra amostra, coletada a 10 metros de profundidade, os valores foram de 13 kPa e 35°, respectivamente. Considerando a origem do material, é difícil estabelecer correlações espaciais precisas para os parâmetros. No entanto, é importante destacar que, nas zonas de ruptura envolvendo colúvios, os deslocamentos mobilizados ao longo do tempo conduzem à mobilização da resistência residual, caracterizada por baixos valores de coesão, sendo comum que essa coesão seja nula nessa condição (Lacerda, 2004).

6 PARÂMETROS ESTATÍSTICOS

Considerando que a quantidade de ensaios realizados para estimar as variáveis que influenciam o cálculo do fator de segurança não foi suficiente para uma análise estatística descritiva completa e, consequentemente, para avançar à estatística inferencial com base no ajuste de histogramas de frequência, situação comum na prática da engenharia, foram adotadas distribuições de probabilidade e coeficientes de variação obtidos da literatura, por serem bem comportados e dependentes das propriedades do material (Baecher e Christian, 2015). Com base na média e no coeficiente de variação, foi estimado o desvio padrão. Para o peso específico, adotou-se uma distribuição normal com valor esperado de 17,23 kN/m³ e coeficiente de variação de 5% (Uzielli *et al.*, 2007), com truncamento entre 16 kN/m³ e 18 kN/m³.

Os parâmetros de resistência ao cisalhamento foram definidos por meio de retroanálise, obtendo-se uma coesão de 3 kPa e um ângulo de atrito de 27° para uma inclinação média do talude de 18°. No caso da coesão, foi adotado um coeficiente de variação de 40% (Baecher e Christian, 2003), enquanto para o ângulo de atrito, adotou-se um coeficiente de variação de 10% (Baecher & Christian, 2003). Ambos os parâmetros foram modelados com distribuições normais, com truncamento da coesão em zero.

No caso do coeficiente de aceleração sísmica, foram consultados os valores do Modelo Nacional de Ameaça Sísmica para Colômbia (Arcila *et al.*, 2020) para os valores de aceleração máxima em rocha (PGA), afetando-os por um coeficiente de amplificação sísmica de 1,5 (obtido o coeficiente de aceleração sísmica k_h), conforme estabelecido na Norma Colombiana de Desenho Sismo-Resistente NSR-10 (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 2010) para a localização do projeto. Os valores obtidos são apresentados na Figura 6.

O valor esperado e a variância foram calculados como se fossem variáveis discretas, conforme mostrado nas Equações 2 e 3, uma vez que a distribuição real do modelo empregado pelo Serviço Geológico Colombiano (Arcila *et al.*, 2020) não é conhecida. Finalmente, foi assumida uma distribuição log-normal devido à tendência de diminuição à direita e à restrição de valores maiores que zero.

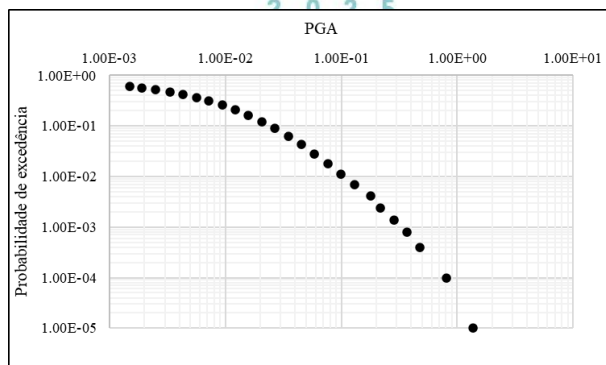


Figura 6. Valores da densidade de probabilidade em função da aceleração máxima em rocha (PGA) ajustada por um coeficiente de amplificação sísmica de 1,5 (Arcila et al., 2020)

$$E(x) = \mu = \sum_i x_i p_i \quad (2)$$

$$V(x) = \sum_i (x_i - \mu)^2 p_i \quad (3)$$

Os valores obtidos para o valor esperado, a variância e o desvio padrão correspondem a 0,035, 0,0044 e 0,066, respectivamente.

7 ANÁLISE DETERMINÍSTICA

Na análise determinística, foram considerados os valores médios dos parâmetros que definem o indicador de desempenho, incluindo um caso adicional: a análise pseudoestática, representada pela Equação 4 (Skempton e Delory 1957).

$$FS = \frac{c' + (\gamma - m \cdot \gamma_w) \cdot h \cdot \cos^2 \beta \cdot \tan \phi'}{\gamma \cdot h \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta + k_h \cdot \gamma \cdot h \cdot \cos \beta} \quad (4)$$

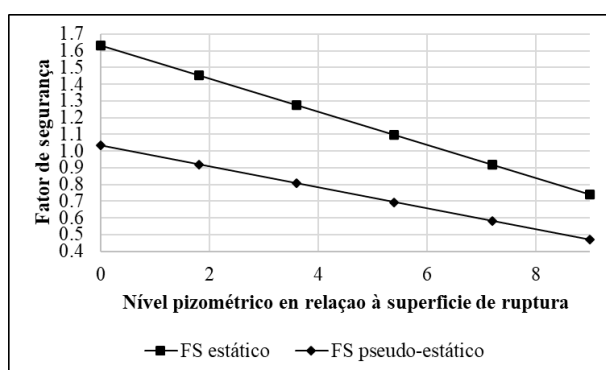


Figura 7. Análise paramétrica variando o nível piezométrico: influência no fator de segurança.

Na Figura 7, apresenta-se a análise de sensibilidade para ambos os casos. Observa-se que, mesmo sem a redução total do nível da água, no caso da análise pseudoestática, é possível atingir um valor aceitável do fator de segurança (1,05), segundo a maioria das normas que, em geral, adotam um enfoque determinístico (Boumezerane, 2019).

No entanto, mesmo com a implementação de obras de drenagem, seria necessário considerar obras de estabilização adicionais para atender aos valores mínimos estabelecidos pela maioria das normas técnicas. Além disso, persiste um grau de incerteza em relação à eficiência do sistema de drenagem, principalmente para reduzir a carga piezométrica ao máximo possível.

8 ANÁLISE PROBABILÍSTICA

Na abordagem probabilística, empregaram-se os métodos de Monte Carlo e FOSM (*First-Order Second-Moment*), mantendo fixo o mecanismo de ruptura previamente definido. Realizou-se uma análise paramétrica do nível piezométrico, considerando a variabilidade do peso específico, coesão efetiva, ângulo de atrito do solo e coeficiente de aceleração sísmica para um período de retorno de 475 anos. Ao fixar a superfície de deslizamento, otimizou-se o número de iterações necessárias para alcançar a convergência, avaliada pela estabilização do desvio padrão.

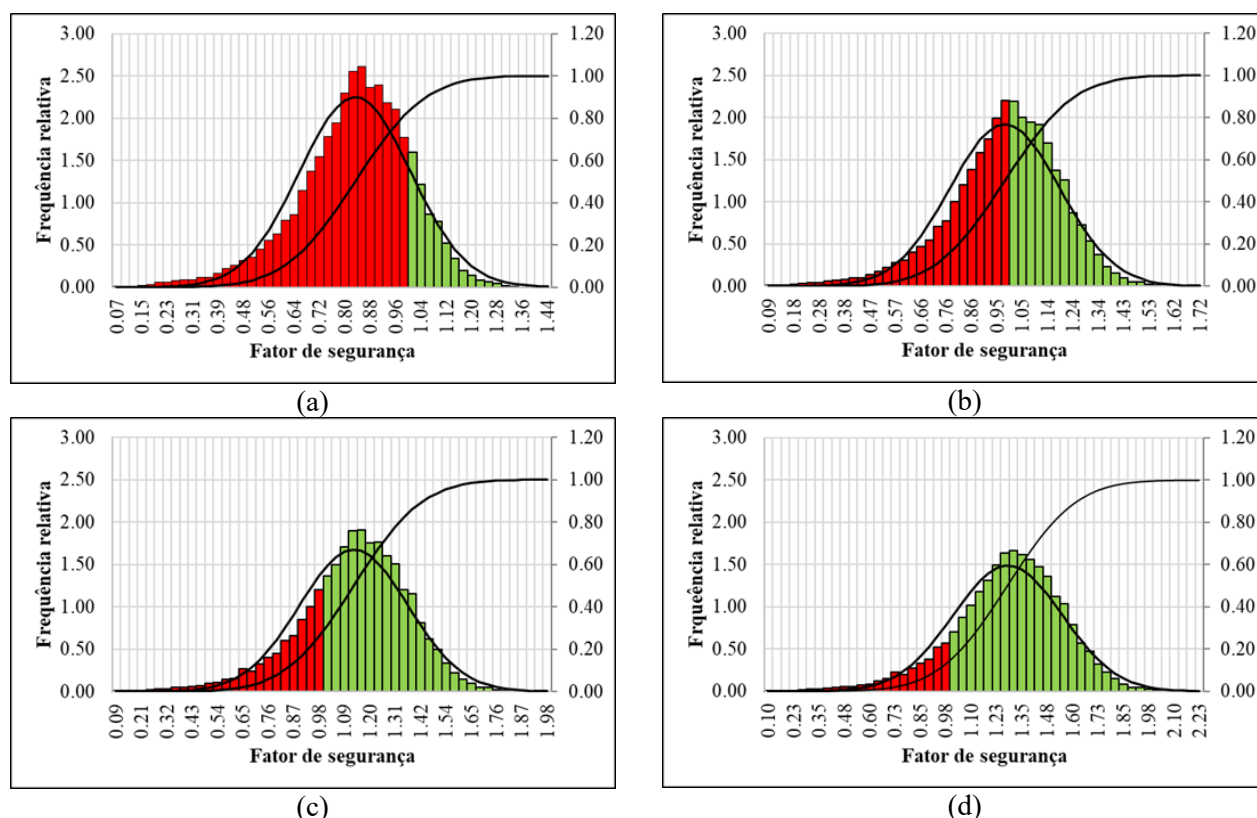


Figura 8. Distribuições de densidade de probabilidade e probabilidade acumulada para um período de retorno de 475 anos: (a) nível piezométrico de 6.50m (b) nível piezométrico de 5.50m (c) nível piezométrico de 4.50m (d) nível piezométrico de 3.50m.

Pelo método de Monte Carlo (Figura 8), para um nível piezométrico de 3,5 m, obteve-se, com 99% de confiabilidade que o valor médio do fator de segurança encontra-se acima do valor crítico estabelecido de 1.05. Esse resultado considera apenas a redução das poropressões no talude, sem a inclusão de obras de estabilização robustas. Além disso, o efeito do coeficiente de aceleração sísmica foi considerado, levando em conta sua magnitude e histórico de ocorrência.

Com o método FOSM, é possível obter a variância dos dados a partir do truncamento da expansão da série de Taylor após os termos de primeira ordem (Ang e Tang, 1984), conforme mostrado na Equação 7. As derivadas parciais foram obtidas por meio de análises paramétricas das variáveis, considerando pontos únicos. Verificou-se que, para os intervalos estabelecidos pelos limites físicos das propriedades, o comportamento é de fato linear. Na Tabela 4 e na Figura 9, são apresentados os resultados do método. Observa-se que, na análise pseudoestática, o coeficiente de aceleração sísmica representa mais de 90% da variância dos dados, ou seja, é o parâmetro que mais contribui para a dispersão da distribuição de probabilidade, afetando significativamente a probabilidade de falha.

$$V(FS) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial FS}{\partial x_i} \right)^2 \cdot V(x_i) \quad (7)$$

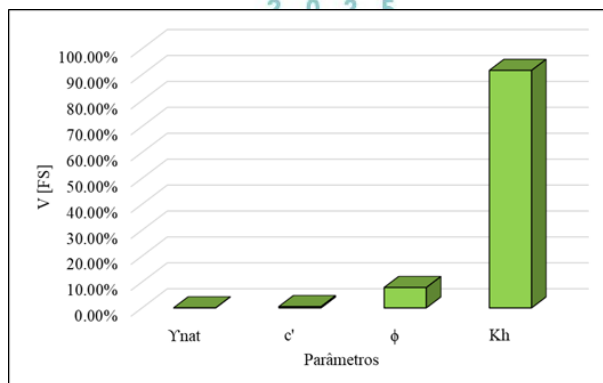


Figura 9. Influência paramétrica na variabilidade dos dados obtida pelo método FOSM.

Tabela 3. Probabilidade de falha do talude obtida pelo método de Monte Carlo para diferentes níveis piezométricos em relação à superfície de ruptura.

Nível piezométrico [m]	Probabilidade de falha (Tr=475) [%]	Probabilidade de falha annual [%]	Probabilidade de falha na vida útil [%]
6.50	83.05	0.175	5.114
5.50	53.57	0.113	3.329
4.50	28.81	0.061	1.804
3.50	14.49	0.031	0.911

Tabela 4. Cálculo da variância pelo método FOSM para os parâmetros de análise.

Tabela 4: Cálculo da variância pelo método FOSM para os parâmetros de análise.					
	Xi	$\delta F_{sii}/\delta X_i$	V[Xi]	$(\delta F_{sii}/\delta X_i)^2$	v[Xi]
Y _{nat}	17.23	-0.0046	0.86	0.00002	0.01%
c'	3.00	0.0264	1.20	0.00084	0.51%
φ	27.00	0.06	3.10	0.01296	7.86%
K _h	0.035	-5.86	0.0044	0.15116	91.62%
Total=V[FS]				0.16	100.00%

8 CONCLUSÕES

Quando o mecanismo de ruptura é identificado por meio de monitoramento de instrumentação geotécnica e dados de ensaios de campo e laboratoriais, o número de iterações necessárias na modelagem probabilística pode ser reduzido em até dez vezes. Essa eficiência é ampliada com a definição acurada da superfície de deslizamento, o que diminui substancialmente o custo computacional e o tempo de análise.

No local de estudo, a atividade sísmica exige atenção especial em função das condições geológicas. Contudo, o uso de valores de pico para a aceleração sísmica pode superestimar as soluções de estabilização, pois esses valores raramente correspondem aos cenários mais prováveis. A adoção de abordagens probabilísticas permite estimativas mais realistas e compatíveis com a viabilidade econômica do projeto.

A análise determinística desconsidera a incerteza quanto à eficiência das obras de drenagem em reduzir o nível piezométrico, o que pode levar a subestimação dos riscos. Nesses casos, seriam necessárias intervenções adicionais de estabilização. Em contraste, a análise probabilística permite a implementação de modelos de risco, fornecendo subsídios mais abrangentes para a tomada de decisão.

A definição inadequada do coeficiente de aceleração sísmica em análises pseudoestáticas pode comprometer os resultados, levando, na maioria dos casos, a soluções superdimensionadas. Isso se deve ao uso recorrente de valores de pico, que não refletem adequadamente a probabilidade real da ocorrência. Nesse contexto, o uso de distribuições probabilísticas para esse parâmetro é essencial para evitar soluções conservadoras e economicamente inviáveis.

Os resultados obtidos reforçam a importância de considerar a variabilidade e a incerteza dos parâmetros geotécnicos em projetos de estabilização de taludes. A incorporação de métodos probabilísticos não apenas aumenta a robustez das análises, mas também contribui para soluções mais seguras e com melhor relação custo-benefício, sobretudo em contextos com atividade sísmica relevante e solos heterogêneos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alonso, E. E. (1976). Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays. *Geotechnique*, 26(3), 453–472.

Ang, A. H-S., & Tang, W. H. (1984). *Probability concepts in engineering planning and design, Volume II: Decision, risk, and reliability*. John Wiley & Sons.

Arcila, M., García, J., Montejó, J., Eraso, J., Valcarcel, J., Mora, M., Viganò, D., Pagani, M., & Díaz, F. (2020). *Modelo nacional de amenaza sísmica para Colombia*. Bogotá: Servicio Geológico Colombiano y Fundación Global Earthquake Model.

Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica. (2010). *Norma Colombiana de Diseño y Construcción Sismo Resistente: NSR-10*. Bogotá, Colombia: AIS.

Baecher, G. B., & Christian, J. T. (2003). *Reliability and statistics in geotechnical engineering*. Wiley.

B., & Christian, J. T. (2015). Bayes factors and the observational method. In *Geotechnical Safety and Risk V: Fifth International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR)*.

Boumezerane, D. (2019, November 13-14). Probabilistic slope stability analysis for practice. Paper presented at the Rencontres Nationales de Génie Civil et d'Hydraulique, Skikda, Algeria.

Chakraborty, R., & Dey, A. (2022). Probabilistic slope stability analysis: State-of-the-art review and future prospects. *Innovative Infrastructure Solutions*, 7(177).

Cho, S. E. (2007). Effects of spatial variability of soil properties on slope stability. *Engineering Geology*, 92(1-2), 97–109.

Christian, J. T., Ladd, C. C., & Baecher, G. B. (1994). Reliability applied to slope stability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(12), 2180–2207.

Elkateb, T., Chalaturnyk, R., & Robertson, P. K. (2002). An overview of soil heterogeneity: Quantification and implications on geotechnical field problems. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(1), 1–15.

Griffiths, D. V., & Fenton, G. A. (2004). Probabilistic slope stability analysis by finite elements. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 130(5), 507–518.

Hassan, A. M., & Wolff, T. F. (1999). Search algorithm for minimum reliability index of earth slopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 125(4), 301–308.

Hungr, O., Leroueil, S., & Picarelli, L. (2014). The Varnes classification of landslide types, an update. *Landslides*, 11(2), 167–194.

Integral S.A., Universidad EAFIT, Universidad Nacional de Colombia, Inteinsa S.A., & Solingral S.A. (2006). Microzonificación sísmica detallada de los municipios de Barbosa, Girardota, Copacabana, Sabaneta, La Estrella, Caldas y Envigado. Medellín, Colombia: Área Metropolitana del Valle de Aburrá (AMVA).

Lacerda, W. A. (2004). *The behavior of colluvial slopes in a tropical environment*. In *Proceedings of the 9th International Symposium on Landslides* (pp. 1315–1342). Rio de Janeiro, Brazil: Taylor & Francis.

Li, K. S., & Lumb, P. (1987). Probabilistic design of slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, 24(4), 520–535.

Priest, S. D., & Brown, E. T. (1983). *Probabilistic stability analysis of variable rock slopes*. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy*, 92, A1–A12.

Reynolds, J. M. (2011). *An introduction to applied and environmental geophysics*, 2nd ed, Wiley.

Skempton, A. W., & Delory, F. A. (1957). *Stability of natural slopes in London Clay*. In *Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (Vol. 2, pp. 378–381). London: Butterworths Scientific Publications.

Tobutt, D. C. (1982). Monte Carlo simulation methods for slope stability. *Computers & Geosciences*, 8(2), 199–208.

Uzielli, M., Vannucchi, G., & Phoon, K.-K. (2007). Random field characterisation of stress-normalised cone penetration testing parameters. *Geotechnique*, 57(1), 3–20.

Vanmarcke, E. H. (1977). Reliability of earth slopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 103(GT11), 1247–1265.

Whitman, R. V. (1984). Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 110(2), 145–189.