



# Avaliação numérica do potencial de liquefação cíclica de uma barragem de rejeitos no Brasil

Celso Antero Ivan Salvador Villalobos

Engenheiro, BVP Geotecnica & Hidrotecnia, Rio de Janeiro, Brasil, celso.salvador0513@gmail.com

Rebeca Pereira Fernandes

Engenheiro, BVP Geotecnica & Hidrotecnia, Rio de Janeiro, Brasil, rebeca.pereira.fernandes@hotmail.com

Celso Romanel

Pesquisador, PUC Rio, Rio de Janeiro, Brasil, celso.romanel@gmail.com

**RESUMO:** O presente estudo avalia o comportamento sísmico de uma barragem de rejeitos construída pelo método a montante, localizada no Brasil. A análise da ameaça sísmica foi realizada por meio de metodologia probabilística, com geração de terremotos de projeto pelo método de ajuste espectral, considerando sismos reais compatíveis em termos de magnitude de momento, distância fonte-sítio e velocidade de propagação de ondas cisalhantes nos primeiros 30 metros. O período de retorno adotado seguiu as diretrizes internacionais do GISTM. A avaliação do potencial de liquefação cíclica foi realizada por meio de modelagem numérica utilizando o programa Plaxis 2D v. 2024, utilizando modelos constitutivos elastoplásticos calibrados para carregamentos cílicos, visando representar com maior fidelidade a resposta dinâmica dos materiais geotécnicos que compõem a estrutura da barragem. Os resultados incluem deslocamentos permanentes, acelerações espectrais e variações de poropressão, permitindo identificar zonas do depósito com comportamento contrátil ou dilatante em face à solicitação sísmica. O trabalho destaca a importância da aplicação de metodologias integradas na avaliação de segurança de barragens de rejeitos, contribuindo para o aprimoramento das práticas de gestão de riscos sísmicos na engenharia geotécnica.

**PALAVRAS-CHAVE:** Barragem de rejeitos; liquefação cíclica; comportamento sísmico; modelos constitutivos cílicos

**ABSTRACT:** This study evaluates the seismic behavior of a tailings dam constructed using the upstream method, located in Brazil. Seismic hazard analysis was conducted through a probabilistic approach, with the generation of design earthquakes using the spectral matching method, based on real seismic records compatible in terms of moment magnitude, source-to-site distance, and shear wave velocity within the upper 30 meters of the soil profile. The adopted return period followed the international guidelines established by the Global Industry Standard on Tailings Management (GISTM). The assessment of cyclic liquefaction potential was performed through numerical modeling using Plaxis 2D v.2024, employing elastoplastic constitutive models calibrated for cyclic loading to more accurately represent the dynamic response of the geotechnical materials comprising the dam structure. The results include permanent displacements, spectral accelerations, and pore pressure variations, enabling the identification of zones within the deposit exhibiting either contractive or dilative behavior under seismic loading. This work emphasizes the importance of integrated methodologies in the safety assessment of tailings dams and contributes to the advancement of seismic risk management practices in geotechnical engineering.

**KEYWORDS:** Tailings dam; cyclic liquefaction; seismic behavior; cyclic constitutive models

## 1 INTRODUÇÃO

A barragem de rejeitos analisada neste estudo está situada na região Nordeste do Brasil e foi originalmente construída pelo método de alteamento a montante. Atualmente, encontra-se em processo de descaracterização, em conformidade com as diretrizes estabelecidas pela regulamentação nacional vigente. A fundação da estrutura é composta por material com velocidade de propagação de ondas cisalhantes ( $V_s$ ) de aproximadamente 800 m/s, parâmetro geotécnico essencial considerado na avaliação da ameaça sísmica, na seleção dos registros sísmicos representativos e na modelagem numérica do comportamento dinâmico da barragem.



Em consonância com os principais referenciais internacionais voltados à segurança de barragens de rejeitos, incluindo o Global Industry Standard on Tailings Management (GISTM), a Canadian Dam Association (CDA), a Australian National Committee on Large Dams (ANCOLD) e a International Commission on Large Dams (ICOLD), este estudo adota uma probabilidade anual de excedência de 1/10.000 para eventos sísmicos, conforme recomendado para estruturas críticas com alto potencial de dano.

## 2 AMEAÇA SÍSMICA

A avaliação da ameaça sísmica em Regiões Continentais Estáveis (Stable Continental Regions – SCR), como o território brasileiro, apresenta desafios significativos devido à escassez de registros sísmicos de grande magnitude e à limitada atividade tectônica recente. O sítio de estudo está localizado nas proximidades do Cráton São Luís, unidade geológica formada durante a orogenia Transamazônica, que abriga estruturas tectônicas antigas, como a Zona de Cisalhamento Tentugal. Contudo, não há evidências de atividade sísmica relevante desde o Proterozoico, e essa zona não é considerada sismicamente ativa na atualidade.

Historicamente, a região apresenta baixa sismicidade, com poucos eventos registrados desde o século XIX. Foram documentados 70 terremotos com magnitude ( $M$ )  $\geq 3$  em um raio de 500 km da barragem, dos quais apenas 14 ocorreram dentro de um raio de 100 km. Esses eventos são predominantemente de baixa magnitude e de profundidade superficial, reforçando o caráter tectonicamente estável da área.

Para embasar a análise probabilística da ameaça sísmica, foi desenvolvido um catálogo abrangente de terremotos a partir da integração de seis bases de dados nacionais e internacionais, contemplando registros históricos e instrumentais. Essa abordagem permite caracterizar a distribuição regional dos eventos sísmicos e fornece subsídios robustos para o desenvolvimento de modelos de ameaça sísmica mais confiáveis em contextos geologicamente estáveis.

Na modelagem da ameaça sísmica, foram utilizados Modelos de Movimento do Solo (Ground Motion Models – GMMs) compatíveis com as condições tectônicas e geológicas de regiões de crosta continental estável. O modelo NGA-East, composto por 17 modelos empíricos desenvolvidos para a América do Norte Central e Oriental, foi adotado por sua robustez e aplicabilidade para terremotos com magnitudes de momento entre 4,0 e 8,2, e para distâncias epicentrais de até 1.500 km. Esses modelos consideram rocha de referência com velocidade de propagação de ondas cisalhantes ( $V_{S30}$ ) igual a 3.000 m/s e incluem ajustes de amplificação linear e não linear para condições locais, conforme as recomendações de Stewart et al. (2020) e Hashash et al. (2020). A variabilidade nos movimentos sísmicos é incorporada por meio do desvio padrão ergódico total, refletindo as incertezas intereventos e intraeventos.

As incertezas aleatórias e epistêmicas foram tratadas de forma integrada. A variabilidade aleatória, decorrente da natureza estocástica dos movimentos sísmicos, foi incorporada por meio dos desvios padrão dos diferentes GMMs e da distribuição de profundidades hipocentrais. A incerteza epistêmica, associada à limitação de dados e ao conhecimento sobre as fontes sismogênicas, foi modelada por meio de árvore lógica com hipóteses alternativas ponderadas, contemplando variações nos parâmetros a-b da lei de recorrência e na magnitude máxima para fontes cratônicas, estendidas e oceânicas. O conjunto de GMMs ponderados foi aplicado conforme o período espectral, assegurando que a atenuação da fonte ao local refletisse a ampla gama de cenários plausíveis associados às condições tectônicas regionais.

### 2.1 Resultados da análise de ameaça sísmica

A análise de ameaça sísmica para a área de estudo foi conduzida com o suporte do software OpenQuake (v3.11.4), adotando uma abordagem probabilística. Os resultados foram obtidos em três formatos complementares: curvas de ameaça sísmica, espectros de resposta de ameaça uniforme (UHRS) e desagregações sísmica.

As curvas de ameaça sísmica (Figura 1) permitem estimar os níveis de aceleração pseudo-espectral  $S_a$  para distintos períodos e taxas de excedência anual (AEPs), evidenciando as incertezas por meio de intervalos calculados a partir da árvore lógica. Os espectros de resposta UHRS (Figura 2), definidos para AEPs de 1/10.000 anos, revelam os níveis médios de aceleração para cada período espectral no embasamento rochoso. Já a desagregação sísmica identifica as combinações de magnitude e distância mais relevantes que contribuem para os cenários de ameaça considerados.

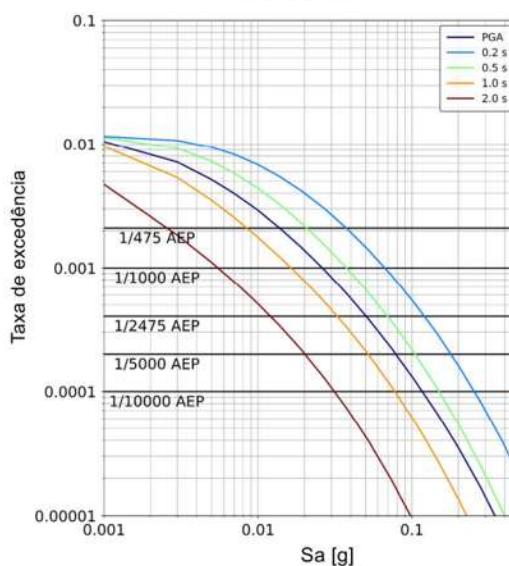


Figura 1 - Curvas de ameaça sísmica médias para diferentes períodos espectrais.

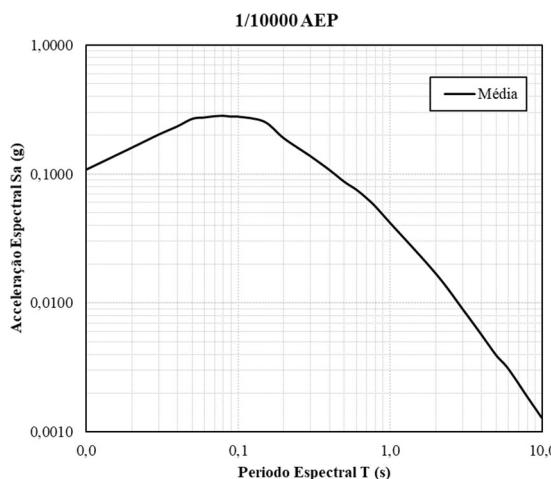


Figura 2- Espectros de resposta de ameaça uniforme média de 1/10000 AEP para Vs =800 m/s.

### 3 REGISTROS SISMICOS

A seleção dos registros sísmicos (Tabela 1) foi realizada com o objetivo de representar adequadamente as condições locais de efeito de sítio, considerando a classificação do Brasil como região continental estável (Stable Continental Region — SCR). Foram empregados registros obtidos em estações sismográficas com velocidade de onda cisalhante (Vs) igual a 800 m/s, compatível com o perfil geotécnico da fundação. O ajuste espectral dos registros foi efetuado para refletir condições associadas a um período de retorno de 10.000 anos, conforme critérios de segurança aplicados em estudos de sismicidade para barragens de rejeitos.

A escolha dos registros sísmicos para definição do sismo de projeto considerou critérios como conteúdo espectral, magnitude, distância epicentral e mecanismo focal, em concordância com os resultados da desagregação de ameaça sísmica realizada previamente. A base de dados do Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER, NGA-East) foi utilizada para selecionar acelerogramas reais que atendem a essas características, os quais foram posteriormente ajustados para uso na modelagem numérica da barragem.

A geração do sismo de projeto adotou o método de ajuste espectral no domínio do tempo, com base no algoritmo de Al Atik e Abrahamson (2010). Esse método modifica registros sísmicos reais por meio da adição ou subtração de wavelets em trechos da história de aceleração que apresentam discrepâncias entre o espectro de resposta do registro e o espectro-alvo. Trata-se de uma técnica especialmente recomendada em situações de disponibilidade limitada de registros sísmicos representativos para o sítio em estudo.



Tabela 1– Registros sísmicos considerados no ajuste espectral para rocha com Vs=800 m/s e 1/10000 AEP.

#	Nome Terremoto	Ano	Nome Estação	Magnitude	R <sub>jb</sub> (km)	R <sub>rup</sub> (km)	V <sub>S30</sub> (m/s)
1	Saguenay_1988-11-25	1988	US,DCKY	5,85	190,15	192,07	822,1
2	Saguenay_1988-11-25	1988	US,ISFL	5,85	319,53	320,51	866,7
3	Mineral_2011-08-23	2011	Standing Stone_PA	5,74	298,58	298,64	940
4	Mineral_2011-08-23	2011	Standing Stone_PA	5,74	298,58	298,64	940
5	Mineral_2011-08-23	2011	Blacksburg_VA	5,74	227,25	227,33	789
6	Sparks_2011-11-06	2011	Salina_OK	5,68	175,43	175,53	799,4

A duração dos registros sísmicos utilizados nesta análise constitui um parâmetro fundamental, pois impacta diretamente o tempo de processamento computacional e a qualidade dos resultados obtidos na modelagem numérica. Foi adotado o critério proposto por Trifunac e Brady (1975), que define a duração como o intervalo entre 5% e 95% da intensidade Arias, assegurando que a perda de energia seja inferior a 5%. Para maior rigor nas análises, esta pesquisa considerou registros com até 99% da intensidade Arias.

Todos os acelerogramas foram submetidos a pré-processamento por meio de filtro passa-banda do tipo Butterworth, na faixa de frequência de 0,1 Hz a 10 Hz - intervalo típico para análises sísmicas estruturais. O software SeismoSignal (SeismoSoft, 2018) foi utilizado para esse tratamento, garantindo que os dados fossem compatíveis com os requisitos da modelagem numérica.

A seleção dos registros sísmicos baseou-se em parâmetros obtidos na desagregação da ameaça sísmica, tais como magnitude, distância epicentral e mecanismo focal. Foram selecionados, no mínimo, cinco registros com mecanismo focal compatível, cujos espectros de resposta apresentaram variação inferior a 10% no valor de aceleração máxima do solo (PGA) em relação ao espectro-alvo, favorecendo a convergência dos modelos ajustados.

As Figuras 3 e 4 apresentam os espectros de resposta dos registros originais antes da aplicação do ajuste espectral, evidenciando tanto a compatibilidade quanto a necessidade de correção conforme a metodologia estabelecida.

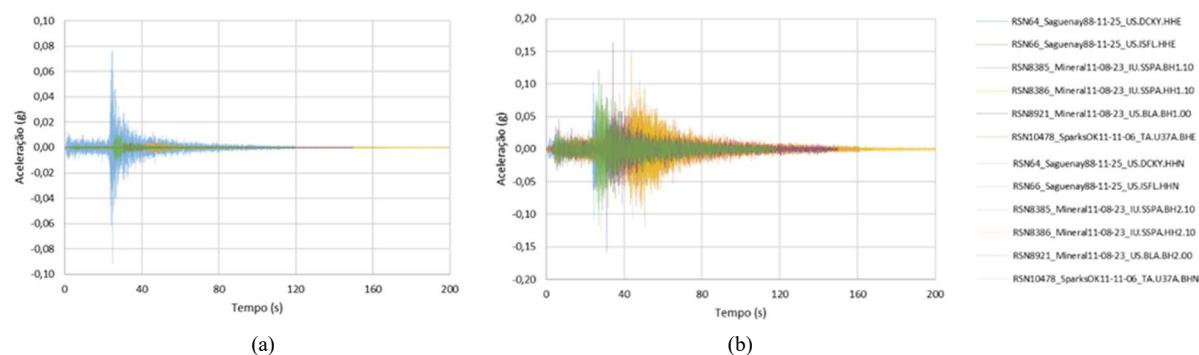


Figura 3- Registros sísmicos originais (a) e ajustados (b) para Vs 800 m/s e período de retorno 10.000 anos.

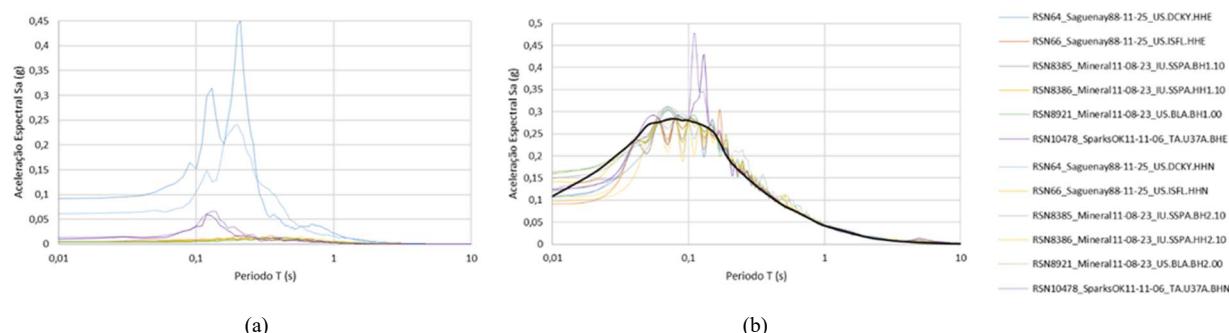


Figura 4- Espectros de resposta dos registros sísmicos originais e ajustados para Vs 800 m/s e período de retorno 10.000 anos.



#### 4 ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA

Foram definidas quatro unidades geotécnicas para caracterizar a estrutura da barragem em estudo, conforme mostram as Figuras 5 e 6: a) Rejeitos (R), subdivididos em R11, R12, R21, R22, R31 e R32; b) Dique de Partida (DP), constituído por aterros compactados de solo aluvial na base da estrutura; c) Diques de Alteamento (DA), formados por aterros de solo aluvial e/ou rejeito grosso que elevam a altura da barragem, podendo ou não ser compactados; d) Fundação Rochosa (FR), composta por rocha e solos altamente intemperizados.

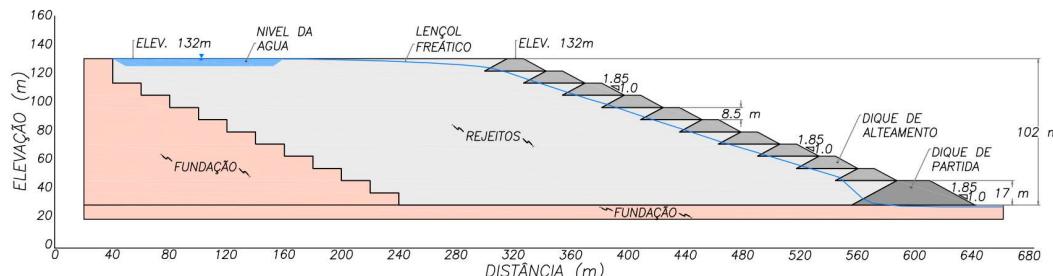


Figura 5- Geometria da seção transversal da barragem de rejeitos analisada.

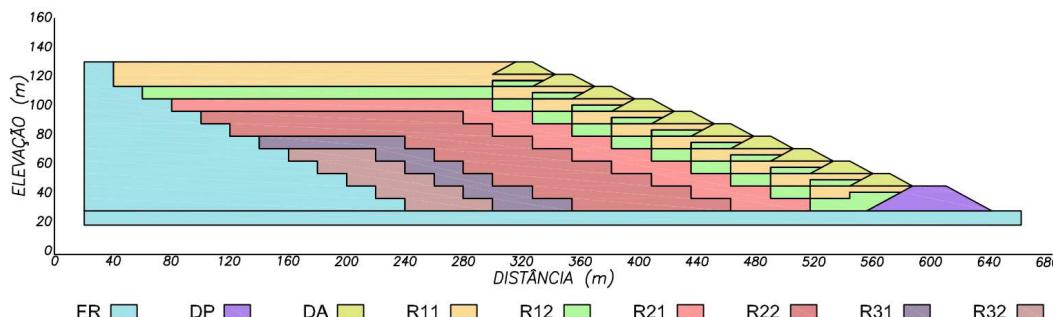


Figura 6- Distribuição dos materiais que compõem a seção transversal da barragem analisada.

Na modelagem numérica do comportamento da barragem, foram empregados os seguintes modelos constitutivos: a) Modelo Elástico Linear para a fundação nas simulações estática e cíclica; b) Modelo Elastoplástico Hardening Soil Small (HSM) para os rejeitos, dique de partida e diques de alteamento na simulação do carregamento estático; c) Modelo Elastoplástico Hardening Soil Small (HSM) com adição de amortecimento de Rayleigh para o dique de partida e diques de alteamento na simulação do carregamento cíclico; d) Modelos PM4Sand e PM4Silt para os rejeitos na simulação do carregamento cíclico, cujos parâmetros estão listados nas Tabelas 2 e 3. Os rejeitos R11, R12, R21 e R22 foram classificados como areia siltosa (SM) enquanto que os rejeitos R31 e R32 foram classificados como silte argiloso de baixa plasticidade (ML).

Tabela 2- Parâmetros do modelo PM4Sand utilizado na simulação cíclica de rejeitos SM

Material	Descrição	Dr	G <sub>0</sub> (-)	hpo (-)	e <sub>max</sub> (-)	e <sub>min</sub> (-)
R11	R Dr:30 hp0:0,02 Sand	0,3	430,3	0,02	1,25	0,49
R12	R Dr:30 hp0:0,40 Sand	0,3	430,3	0,40	1,25	0,49
R21	R Dr:50 hp0:0,40 Sand	0,5	624,9	0,40	1,25	0,49
R22	R Dr:50 hp0:0,85 Sand	0,5	624,9	0,85	1,25	0,49

Tabela 3- Parâmetros do modelo PM4Silt utilizado na simulação cíclica de rejeitos ML

Material	Descrição	γ <sub>unsat</sub> (kN/m <sup>3</sup> )	γ <sub>sat</sub> (kN/m <sup>3</sup> )	S <sub>u,ratio</sub> (-)	G <sub>0</sub> (-)	hpo (-)
R31	R Su:0,2 Silt	19	20	0,2	350	20
R32	R Su:0,4 Silt	19	20	0,4	400	30

#### 4.1 Calibração de parâmetros dos modelos constitutivos cíclicos

Para o estudo da barragem de rejeitos, foram utilizados dados publicados por Wijewickreme et al. (2005) sobre resistência à liquefação, obtidos por meio de ensaios cíclicos triaxiais (TXC) e de cisalhamento simples (CDSS), expressos em termos de razão de resistência cíclica (CRR) e número de ciclos até o início da liquefação. Adotou-se como critério de liquefação o valor de pressão neutra excessiva  $r_u=0,75$  e deformação cisalhante  $\gamma=3,75\%$  para ensaios CDSS de amplitude simples (SA).

Para padronização da base de dados, os resultados dos ensaios triaxiais foram convertidos para equivalência com os ensaios CDSS, utilizando a equação proposta por Cappellaro et al. (2017). Essa abordagem permitiu a calibração numérica por meio da ferramenta Soil Test do software Plaxis 2D, viabilizando a geração de curvas representativas de resistência à liquefação para os rejeitos simulados.

As Figuras 7 a 9 apresentam as curvas de resistência cíclica (CRR) dos rejeitos, obtidas com os modelos constitutivos PM4Sand e PM4Silt. Para os rejeitos classificados como areia siltosa (SM), com densidades relativas (Dr) de 30% e 50%, foram adotados valores de  $h_{p0}$  entre 0,02 e 0,85 no modelo PM4Sand. Para os rejeitos classificados como silte argiloso de baixa plasticidade (ML), o modelo PM4Silt foi calibrado com valores de  $S_{u,ratio}$  entre 0,2 e 0,4 e  $h_{p0}$  entre 20 e 30. As curvas ilustram o comportamento cíclico e a faixa de variação das resistências simuladas para os diferentes materiais.

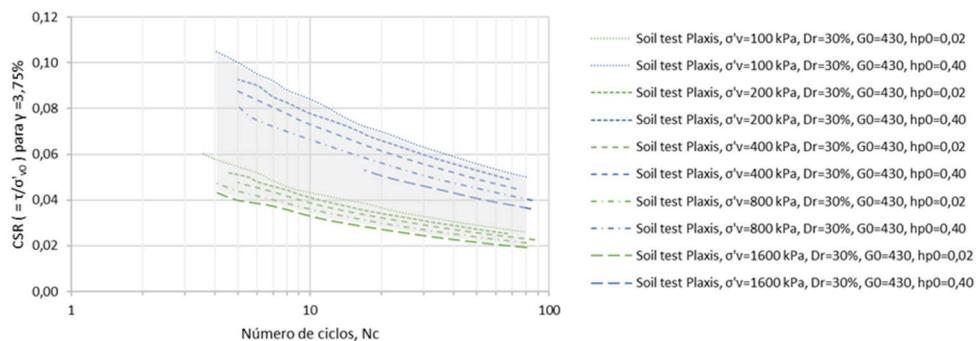


Figura 7- Curvas de resistência cíclica do rejeito para Dr 30% (R11 e R12).

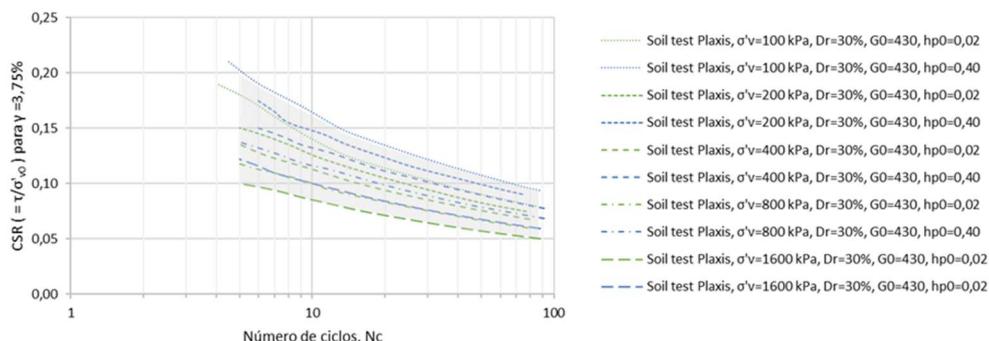


Figura 8- Curvas de resistência cíclica do rejeito para Dr 50% (R21 e R22).

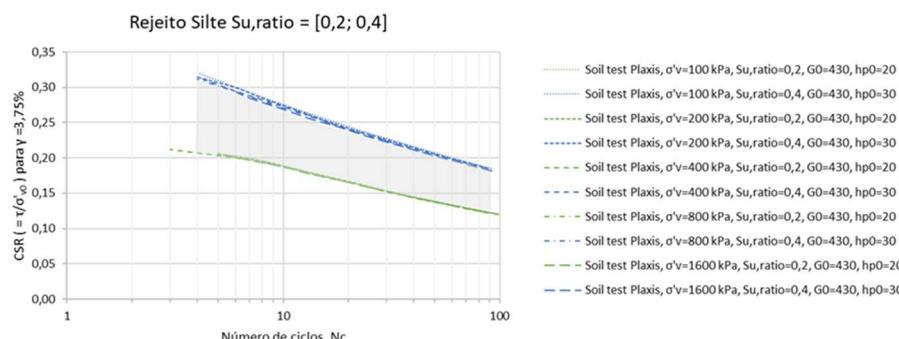


Figura 9- Curvas de resistência cíclica do rejeito para  $S_u$ ,ratio entre 0,2 e 0,4 (R31 e R32).



#### 4.2 Tamanho máximo do elemento finito e simulação elástica não amortecida

A definição do tamanho máximo dos elementos da malha foi realizada com base no critério de Kuhlemeyer e Lysmer (1973), que relaciona a frequência de corte ( $f_c$ ) dos registros sísmicos à velocidade de propagação da onda cisalhante ( $V_s$ ) dos materiais. Esse procedimento é fundamental para assegurar a adequada transmissão da energia sísmica ao longo da malha numérica. A discretização vertical dos elementos variou entre 1,0 m e 30,0 m, sendo adotado o valor máximo de 1,0 m para os rejeitos na modelagem numérica realizada no Plaxis 2D, com o objetivo de garantir maior precisão nos cálculos. A qualidade mínima da malha obtida foi de 0,70, atendendo às recomendações para convergência eficiente dos métodos de integração numérica.

A simulação elástica não amortecida foi empregada para estimar a frequência natural de vibração dos materiais da barragem, etapa essencial para a definição dos coeficientes de amortecimento do tipo Rayleigh. A análise foi conduzida com base em registros de velocidade em pontos representativos e nos respectivos espectros de Fourier, resultando em frequências predominantes entre 0,25 Hz e 4,80 Hz. Com base nessa distribuição, foi adotada uma frequência natural não amortecida de 2,70 Hz, correspondente a um período de 0,37 segundos, como referência para os cálculos dinâmicos subsequentes.

Os coeficientes de amortecimento Rayleigh ( $\alpha$  e  $\beta$ ) utilizados na modelagem foram definidos com base na análise elástica não amortecida, considerando as frequências naturais predominantes. Aplicou-se a recomendação de utilizar como segunda frequência o valor correspondente a cinco vezes a frequência máxima observada. Para os rejeitos, foi adotado exclusivamente o amortecimento histerético, resultando em valores nulos para  $\alpha$  e  $\beta$ .

O tempo de cálculo dinâmico foi discretizado conforme a equação  $\delta t = \Delta t / (m \times n)$ , em que  $m$  representa o número máximo de passos e  $n$  o número de subpassos, definidos individualmente para cada registro sísmico.

#### 4.3 Deslocamento permanentes e poropressão

A Figura 10 apresenta os pontos de observação utilizados para a previsão dos deslocamentos permanentes na barragem. Os pontos P1 a P5 foram estratégicamente posicionados ao longo da crista dos diques de alteamento, com o objetivo de otimizar o monitoramento das deformações em regiões críticas da estrutura. Essa figura mostra a evolução temporal dos deslocamentos induzidos pelo sismo artificial RSN64\_Saguenay88-11-25\_US.DCKY.HHE, aplicado sobre a base flexível (compliant base) do modelo numérico, correspondente a um período de retorno de 10.000 anos. Tal abordagem permite estimar o comportamento dinâmico da barragem frente a eventos sísmicos extremos.

A Figura 11 ilustra o campo de deslocamentos permanentes totais, evidenciando as zonas de maior concentração de deformações induzidas pelo carregamento sísmico. Já a Figura 12 apresenta a distribuição final do parâmetro de poropressão excessiva ( $r_u$ ), permitindo a identificação das regiões com maior suscetibilidade à liquefação.

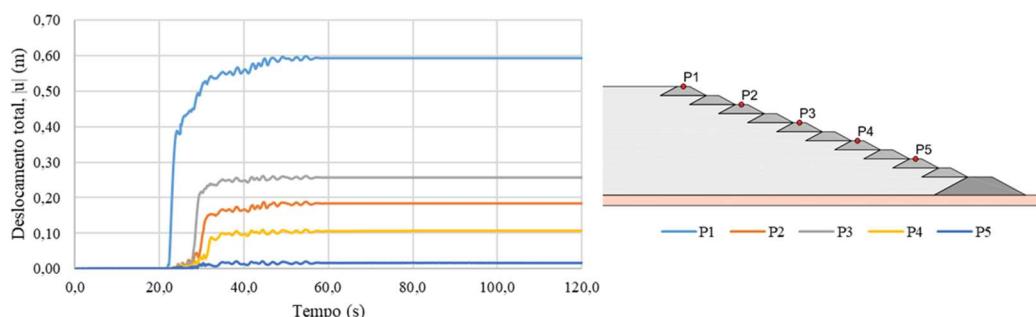


Figura 10- História de deslocamentos totais previstos nos pontos P1, P2, P3, P4 e P5 pelo sismo RSN64\_Saguenay88-11-25\_US.DCKY.HHE.

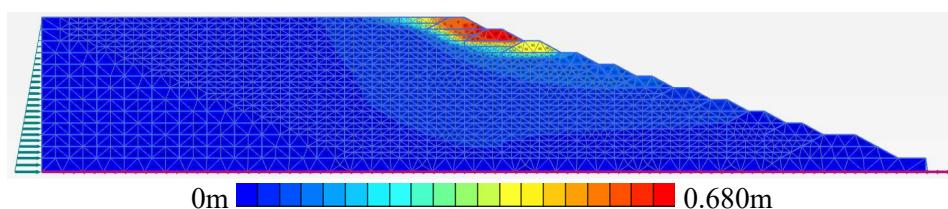


Figura 11- Campo de deslocamentos totais provocados pelo sismo RSN64\_Saguenay88-11-25\_US.DCKY.HHE

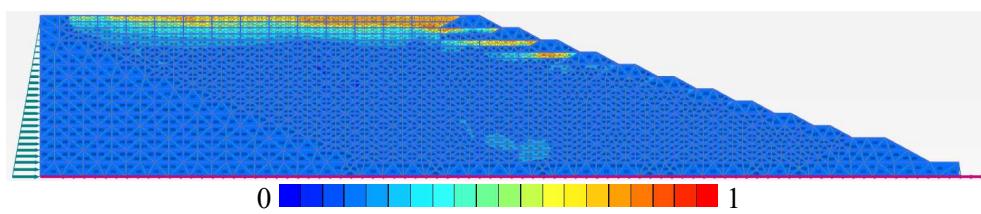


Figura 12- Distribuição final do parâmetro de pressão de poros ( $r_u$ ) para o sismo RSN64\_Saguenay88-11-25\_US.DCKY.HHE

A Tabela 4 apresenta o resumo dos deslocamentos permanentes obtidos para os diferentes registros sísmicos analisados, os quais variam no intervalo de 0,59 m a 1,69 m.

Tabela 4– Resultados dos deslocamentos total (u), horizontal (ux), vertical (uy) provocados no ponto P1 pelos diferentes registros de aceleração analisados nesta pesquisa.

Sismo Artificial	P1		
	u (m)	ux (m)	uy (m)
RSN64_Saguenay88-11-25_US.DCKY.HHE	0,5930	0,5239	-0,2770
RSN64_Saguenay88-11-25_US.DCKY.HHN	0,7760	0,6957	-0,3440
RSN66_Saguenay88-11-25_US.ISFL.HHE	1,4500	1,3800	-0,4450
RSN66_Saguenay88-11-25_US.ISFL.HHN	1,3840	1,3150	-0,4310
RSN8385_Mineral11-08-23_IU.SSPA.BH1.10	1,4410	1,3730	-0,4360
RSN8385_Mineral11-08-23_IU.SSPA.BH2.10	1,3310	1,2510	-0,4530
RSN8386_Mineral11-08-23_IU.SSPA.HH1.10	1,5300	1,4440	-0,5035
RSN8386_Mineral11-08-23_IU.SSPA.HH2.10	1,3410	1,2580	-0,4648
RSN8921_Mineral11-08-23_US.BLA.BH1.00	1,6630	1,5810	-0,5180
RSN8921_Mineral11-08-23_US.BLA.BH2.00	1,6840	1,5880	-0,5600
RSN10478_SparksOK11-11-06_TA.U37A.BHE	0,6750	0,6181	-0,2710
RSN10478_SparksOK11-11-06_TA.U37A.BHN	0,6970	0,6328	-0,2930

## 5 CONCLUSÕES

Com base nas análises realizadas, constatou-se que a adoção de uma metodologia fundamentada na análise probabilística da ameaça sísmica, aliada à geração criteriosa de sismos de projeto e à seleção adequada de modelos constitutivos para simulação do comportamento cíclico de materiais geotécnicos, foi essencial para a previsão do comportamento dinâmico da barragem de rejeitos. Essa abordagem permitiu identificar zonas potencialmente vulneráveis à liquefação e à ocorrência de deformações permanentes.

O estudo reforça a importância da aplicação de estratégias integradas na engenharia geotécnica, por oferecer subsídios técnicos relevantes para o diagnóstico e a mitigação de riscos sísmicos - especialmente em regiões de baixa sismicidade, onde o nível de detalhamento técnico é determinante para garantir a estabilidade de estruturas críticas, como barragens de rejeitos.

## AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) do Brasil pelas bolsas concedidas aos dois primeiros autores.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al Atik, L., & Abrahamson, N. (2010). An improved method for nonstationary spectral matching. *Earthquake spectra*, 26(3), 601-617.
- Boulanger, R. W., & Ziotopoulou, A. K. (2015). PM4Sand (Version 3): A sand plasticity model for earthquake engineering applications. Center for Geotechnical Modeling Report No. UCD/CGM-15/01, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, Calif.



Boulanger, R. W., & Ziotopoulou, K. (2018). PM4Silt (Version 1): A silt plasticity model for earthquake engineering applications. Report No. UCD/CGM-18/01, Center for Geotechnical Modeling, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, CA, 108 pp.

Hashash, Y. M. A., O. Ilhan, J. A. Harmon, G. A. Parker, J. P. Stewart, E. M. Rathje, K. W. Campbell, And W. J. Silva, 2020, Nonlinear site amplification model for ergodic seismic hazard analysis in Central and Eastern North America, *Earthquake Spectra*, 36, no. 1, 69–86, doi: 10.1177/8755293019878193.

Kuhlemeyer, R. L.; Lysmer, J. Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems. *Journal of the Soil Mechanics & Foundation Division*, ASCE, v. 99, n. SM5, 1973, p. 421-427.

Stewart, J. P., G. A. Parker, G. M. Atkinson, D. M. Boore, Y. M. A. Hashash, And W. J. Silva, 2020, Ergodic site amplification model for central and eastern North America, *Earthquake Spectra*, 36, no. 1, 42–68, doi: 10.1177/8755293019878185.

Trifunac, M. D., & Brady, A. G. (1975). A study on the duration of strong earthquake ground motion. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 65(3), 581- 626.

Wijewickreme, D.; Sanin, M.V.; Greenaway, G.R. Cyclic Shear Response of fine-grained Mine Tailings. CAN. GEOTECH. J.42: 1408-1421, 2005.